

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni

Esame di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203) – AA 2021/2022

Studente _____ matricola _____

I quesiti sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18/30.

Traccia 1/1

1- Determinare l'equazione della circonferenza di centro $A = (2, -1)$ e passante per il punto di intersezione con l'asse y di ordinata -4 . Calcolare: a) l'area compresa tra la circonferenza e le tangenti ad essa condotte dal punto $B = (3, 5)$; b) l'equazione della retta passante per i punti di tangenza A e B . (GEOMETRIA ANALITICA / TRIGONOMETRIA - PUNTI: 4)

2- Dati i vettori $\vec{a} = (-1, 2, -3, 1)$, $\vec{b} = (0, 2, 1, 0)$, $\vec{c} = (1, -2, 6, -5)$ e $\vec{d} = (1, -2, 6, -5)$ verificare se sono linearmente dipendenti o indipendenti. Successivamente costruire la più ampia base ortonormale possibile contenente il vettore \vec{c} . Motivare perché il processo di ortonormalizzazione con vettori linearmente dipendenti porta a dedurre vettori nulli da un punto in poi del processo. (VETTORI / SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 6)

3- Discutere al variare del parametro k la compatibilità del sistema lineare
$$\begin{cases} kx + 2y + (k+1)z = 1 \\ x + (k+3)y = -2 \\ (k-1)x - (k+5)y - (k+1)z = 0 \end{cases}$$
. Ricavare le soluzioni del sistema. (MATRICI / SISTEMA LINEARE - PUNTI: 5)

4- Classificare la seguente conica $17x^2 - 12xy + 8y^2 - 22x - 4y - 7 = 0$ individuando la trasformazione geometrica al fine di ricondurla alla forma. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI / CONICHE- PUNTI: 7)

5- Dimostrare il teorema di Steinitz. (TEORIA - PUNTI: 4)

6- Dimostrare identità di Lagrange e relative proprietà del prodotto scalare e vettoriale. (TEORIA - PUNTI: 4)