

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Calcolare lo sviluppo della funzione  $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x \leq \pi \\ 0 & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$ , prolungata periodicamente fuori dell'intervallo, in serie

di Fourier. (PUNTI: 6)

**2-** Siano  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  due campi vettoriali irrotazionali. Dimostrare che il campo  $\vec{A} \times \vec{B}$  è solenoidale. (PUNTI: 4)

**3-** Calcolare il laplaciano in coordinate cilindriche della funzione scalare  $f(x, y, z) = \frac{\ln(\sqrt{x^2 + y^2} + az)}{x^2 + y^2}$  essendo  $(x, y, z)$

le coordinate cartesiane ed  $a$  una costante arbitraria. (PUNTI: 6)

**4-** Determinare la funzione  $v(x, y)$  affinché la funzione  $f(z) = e^{-x} \sin y + iv(x, y)$  sia olomorfa. (PUNTI: 2)

**5-** Calcolare con il metodo dei residui il seguente integrale  $\int_0^\infty \frac{1}{x^6 + 1} dx$ . (PUNTI: 6)

**6-** Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy 
$$\begin{cases} u'' + u' - 2u = \sin t \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \end{cases} \quad . \text{ (PUNTI: 6)}$$

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Calcolare lo sviluppo della funzione  $f(x) = \begin{cases} \cos x & 0 < x \leq \pi \\ 0 & \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$ , prolungata periodicamente fuori dell'intervallo, in serie

di Fourier. (PUNTI: 4)

**2-** Siano  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$  due campi vettoriali irrotazionali. Dimostrare che il campo  $\vec{A} \times \vec{B}$  è solenoidale. (PUNTI: 3)

**3-** Calcolare il laplaciano in coordinate cilindriche della funzione scalare  $f(x, y, z) = \frac{\ln(\sqrt{x^2 + y^2} + az)}{x^2 + y^2}$  essendo  $(x, y, z)$

le coordinate cartesiane ed  $a$  una costante arbitraria. (PUNTI: 4)

**4-** Determinare la funzione  $v(x, y)$  affinché la funzione  $f(z) = e^{-x} \sin y + iv(x, y)$  sia olomorfa. (PUNTI: 2)

**5-** Calcolare con il metodo dei residui il seguente integrale  $\int_0^{\infty} \frac{1}{x^6 + 1} dx$ . (PUNTI: 5)

**6-** Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} u'' + u' - 2u = \sin t \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 0 \end{cases}$ . (PUNTI: 5)

**7-** Calcolare la trasformata di Fourier della funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x + 1}$ . (PUNTI: 4)

**8-** Risolvere il seguente calcolo variazionale  $\delta \int_2^3 u^{12} (1 - u^2) dx = 0$ . (PUNTI: 3)