

**1-** Calcolare lo sviluppo della funzione  $f(x) = \begin{cases} -e^{-x} & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ , prolungata periodicamente fuori dell'intervallo  $[-1, 1)$ , in serie di Fourier. (PUNTI: 4)

**2-** Dato il campo vettoriale  $\vec{A}(r, \vartheta, \varphi) = (3r^2, 2r \cos \vartheta, r \cos \vartheta \sin \varphi)$ , espresso in componenti polari, calcolare la divergenza nel punto dello spazio individuato dalla posizione  $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$  (componenti cartesiane). (PUNTI: 3)

**3-** Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\vec{F}(\vec{r}) = \left( -\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1 \right)$  attraverso il cilindro centrato nell'origine con raggio di base  $r$  ed altezza  $h$ . (PUNTI: 4)

**4-** Verificare se la funzione  $f(z) = \ln z$  è olomorfa in tutto il piano complesso. Verificare l'olomorfia in coordinate cartesiane e polari. (PUNTI: 2)

**5-** Calcolare con il metodo dei residui l'integrale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin mx}{x} dx$  dove  $m$  è un parametro reale. (PUNTI: 5)

**6-** Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + y' = t^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ . (PUNTI: 5)

5)

**7-** Calcolare la trasformata di Fourier della funzione  $f(x) = \sin x - \cos 2x$ . (PUNTI: 4)

**8-** Risolvere il seguente calcolo variazionale  $\delta \int_{-1}^1 (y'^2 + \alpha y^2 - 2 \cos x) dx = 0$  con la condizione  $y(-1) = 0$ ,  $y(1) = 1$  al variare del parametro reale  $\alpha$ . (PUNTI: 3)



Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

**1-** Calcolare lo sviluppo della funzione  $f(x) = \begin{cases} -e^{-x} & -1 \leq x < 0 \\ e^x & 0 \leq x < 1 \end{cases}$ , prolungata periodicamente fuori dell'intervallo  $[-1, 1)$ , in serie di Fourier. (PUNTI: 6)

**2-** Dato il campo vettoriale  $\vec{A}(r, \vartheta, \varphi) = (3r^2, 2r \cos \vartheta, r \cos \vartheta \sin \varphi)$ , espresso in componenti polari, calcolare la divergenza nel punto dello spazio individuato dalla posizione  $\vec{r} = (x, y, z) = (3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}, 4)$  (componenti cartesiane). (PUNTI: 4)

**3-** Calcolare il flusso del campo vettoriale  $\vec{F}(\vec{r}) = \left( -\frac{y}{(x^2+y^2)^2}, \frac{x}{(x^2+y^2)^2}, 1 \right)$  attraverso il cilindro centrato nell'origine con raggio di base  $r$  ed altezza  $h$ . (PUNTI: 6)

**4-** Verificare se la funzione  $f(z) = \ln z$  è olomorfa in tutto il piano complesso. Verificare l'olomorfia in coordinate cartesiane e polari. (PUNTI: 2)

**5-** Calcolare con il metodo dei residui l'integrale  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin mx}{x} dx$  dove  $m$  è un parametro reale. (PUNTI: 6)

**6-** Applicando la trasformata di Laplace risolvere il seguente problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + y' = t^2 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ . (PUNTI: 6)

6)