

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Determinata l'iperbole passante per i punti (1,1) e (2,3) determinare le rette tangenti ad essa nel punto di ascissa 4. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Dimostrare la formula di sottrazione del coseno e del seno. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Al variare dei parametri reali m, n sia data la famiglia di vettori $\vec{a} = (m, 3m, n)$. Determinare i valori di m, n affinché \vec{a} sia versore e che il prodotto vettoriale $\vec{a} \times \hat{i}$ sia lungo l'asse z . Il vettore così ottenuto è anch'esso un versore? (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i vettori $\vec{a} = (1, -1, 1)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ e $\vec{c} = (-1, k, 1)$, dove k è un parametro reale. Determinati i valori di k per cui il set di vettori è linearmente indipendente, rappresentare il vettore $(2, 1, -3)$ come combinazione lineare di \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ calcolare la matrice inversa. Dimostrare che definita una seconda matrice come $A' = B^{-1}AB$,

dove B è una generica matrice invertibile, è valida la proprietà $\text{tr } A = \text{tr } A'$. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k la compatibilità del sistema lineare $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2y + kz = 0 \\ kx + y - z = 1 \end{cases}$. Successivamente, applicando il metodo di Cramer, ricavare le soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e verificare se gli autovettori individuati sono linearmente indipendenti. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 5)

8- Discutere e classificare la seguente conica $5x^2 + ky^2 - 4xy + x - y - 1 = 0$ al variare del parametro k . (CONICHE - PUNTI: 6)

Al termine della prova (durata 3 ore) sarà comunicato un link (dropbox) dal quale sarà possibile inviare la scansione dell'elaborato. La scansione va inviata in formato pdf e su ogni singola pagina deve essere visibile nome, cognome e matricola. Il nome del file deve essere **20200522_geometria_cognome_nome.pdf**