

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Dimostrare che per la parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ ha il fuoco nel punto di coordinate $(-\frac{b}{2a}, \frac{1-b^2+4ac}{4a})$
(GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Ricavare la formula di duplicazione della cotangente. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, 2)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ calcolare $\vec{a} \times (\vec{a} + \vec{b})$ e $\vec{a} \times \vec{b}$. Perché i vettori risultanti sono uguali? Spiegare dimostrando le proprietà del prodotto vettoriale. Determinare la proiezione vettoriale del vettore \vec{b} su \vec{a} . (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^3 : $(1, -1, 1)$, $(1, 2, 1)$, $(1, 0, 0)$. Costruire una base ortonormale di \mathbf{R}^3 avente il vettore $(1, 2, 1)$ come uno appartenente ad essa. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & k-1 & 1 \\ 1 & -1 & k \end{pmatrix}$ calcolare i possibili valori del parametro k affinché il rango sia 3 e 2. Definita la matrice $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ determinare il parametro k affinché la traccia di $B^{-1}A$ sia pari a 1. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare
$$\begin{cases} -kx + (k-1)y + z = 1 \\ x + (k-1)y + kz = k \\ 2x + (k+1)y - z = 5 \end{cases}$$
 ricavando successivamente le possibili soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & -5 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 5)

8- Discutere e classificare al variare del parametro reale k la seguente conica $x^2 + 4xy + (k-1)y^2 - 25 = 0$. Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 6)