

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO  
C.d.L. Ing. Civile  
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni  
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente \_\_\_\_\_ matricola \_\_\_\_\_

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

- 1-** Determinare la circonferenza di centro  $(1,0)$  e raggio 1. Condotte le rette tangenti alla circonferenza dal punto  $(1,3)$  determinarne i coefficienti angolari. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 3)
- 2-** Dimostrare le formula di prostaferesi. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)
- 3-** Dati i vettori  $\vec{a} = (1, 1, 2)$  e  $\vec{b} = (-1, 1, -1)$  calcolare applicando il teorema di Carnot il modulo di  $\vec{a} + \vec{b}$  e  $\vec{a} - \vec{b}$ . Infine costruire la famiglia di vettori perpendicolari a  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ . (VETTORI - PUNTI: 4)
- 4-** Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale  $\mathbf{R}^3$ :  $(2, -1, 1)$ ,  $(1, 2, -1)$  e  $(-1, -2, 0)$ . Verificato che sono linearmente indipendenti costruire una base ortonormale di  $\mathbf{R}^3$ . (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)
- 5-** Data la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  calcolare la matrice inversa. Definita la matrice  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  e calcolato  $A' = B^{-1}AB$  verificare che  $\text{Tr } A = \text{tr } A'$  e  $\det A = \det A'$ . (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)
- 6-** Discutere al variare del parametro  $k$  le soluzioni del sistema lineare 
$$\begin{cases} 4x - y + 2z = k - 1 \\ 2x - ky + z = 0 \\ kz - 2y + 5x = 3 \end{cases}$$
. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)
- 7-** Determinare autovalori e autovettori della matrice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$  ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 4)
- 8-** Discutere e classificare la seguente conica  $5x^2 + 5y^2 - 6xy + 16\sqrt{2}x + 38 = 0$ . Determinare le trasformazioni necessarie nel piano per ottenere la conica in forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 5)