

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Dimostrare che l'ellisse di equazione $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ha il fuoco nei punti di coordinate $(\pm\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ se $a > b$. (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Dimostrare perché in triangolo rettangolo la lunghezza di un cateto è pari all'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Dati i vettori $\vec{a} = (1, 1, -1)$ e $\vec{b} = (1, -1, 2)$ calcolare il vettore ortogonale ad entrambi e di modulo 5. Applicando il teorema di Carnot calcolare il modulo del vettore $\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{a} - \vec{b}$. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^4 : $(1, 0, 1, -1)$, $(2, -1, 0, 3)$, $(-2, 5, 2, 1)$. Determinare la base ortonormale generata da questi vettori. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ calcolare la matrice inversa e la sua trasposta. Inoltre partendo dalla matrice A costruire una matrice simmetrica ed un'altra antisimmetrica. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere al variare del parametro k le soluzioni del sistema lineare
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y + k z = k \\ x + (k - 1)y = 0 \\ x + (k - 1)y + k z = k \end{cases}$$
 ricavando successivamente le possibili soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare se la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & k \\ k - 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile o meno al variare del parametro k . (AUTOVALORI E AUTOVETTORI- PUNTI: 5)

8- Classificare la seguente conica $(k + 1)x^2 - ky^2 + 2y - 4 = 0$ al variare del parametro k . Determinare la sua forma canonica. (CONICHE - PUNTI: 6)