

UNIVERSITA' degli STUDI del SANNIO
C.d.L. Ing. Civile
C.d.L. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni
Prova scritta di Geometria e Algebra (cod. 86102/86203)

Studente _____ matricola _____

Gli esercizi sono svolti correttamente se è presente l'intero svolgimento con opportuni commenti. Il punteggio minimo da ottenere è 18.

Traccia 1/1

1- Costruire la famiglia di parabole con asse parallelo all'asse delle ascisse e con fuoco nel punto (2,1). (GEOMETRIA ANALITICA - PUNTI: 2)

2- Dimostrare geometricamente la relazione $\tan x \cotan x = 1$. (TRIGONOMETRIA - PUNTI: 2)

3- Determinare l'angolo che i vettori $\vec{a} = (1, 1, 2)$ e $\vec{b} = (-1, 1, 1)$ formano tra essi e verificare che soddisfano l'identità di Lagrange. (VETTORI - PUNTI: 3)

4- Dati i seguenti vettori di uno spazio vettoriale \mathbf{R}^3 : $(1, 0, 1)$, $(-1, 2, 0)$ e $(1, 1, 2)$. Verificato che sono linearmente indipendenti rappresentare il vettore $(3, 3, -1)$ nella base formata dai tre vettori. In caso contrario scegliere due tra i tre vettori e determinare almeno una base per la rappresentazione del vettore $(3, 3, -1)$. (SPAZI VETTORIALI - PUNTI: 4)

5- Calcolare l'inversa della matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Sia $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ una seconda matrice. Calcolare il determinante della matrice $A B$. (MATRICI E DETERMINANTI - PUNTI: 4)

6- Discutere la compatibilità del sistema lineare
$$\begin{cases} y + kz - 1 + k = 0 \\ 2x + (k - 3)y - k = 1 - 4z \\ x + k(y - z) = 1 \end{cases}$$
 al variare del parametro reale k ed eventualmente calcolare le soluzioni. (SISTEMA LINEARE - PUNTI: 4)

7- Determinare autovalori e autovettori della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ed eventualmente fosse possibile diagonalizzare la matrice. (AUTOVALORI E AUTOVETTORI - PUNTI: 5)

8- Classificare e ridurre a forma canonica la seguente equazione di conica $4x^2 + y^2 + 4xy + 2x + y = 0$. (CONICHE - PUNTI: 6)